

This Page Is Inserted by IFW Operations  
and is not a part of the Official Record

## **BEST AVAILABLE IMAGES**

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images may include (but are not limited to):

- BLACK BORDERS
- TEXT CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES
- FADED TEXT
- ILLEGIBLE TEXT
- SKEWED/SLANTED IMAGES
- COLORED PHOTOS
- BLACK OR VERY BLACK AND WHITE DARK PHOTOS
- GRAY SCALE DOCUMENTS

**IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.**

**As rescanning documents *will not* correct images,  
please do not report the images to the  
Image Problem Mailbox.**



500.42884X00

**IN THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE**

Applicant(s): **T. ENDO, et al**

Serial No.: **10/608,209**

Filed: **June 30, 2003**

Title: **INFORMATION PROCESSING MEANS**

**RECEIVED**

**MAR 03 2004**

Technology Center 2100

**LETTER CLAIMING RIGHT OF PRIORITY**

Commissioner for Patents  
P.O. Box 1450  
Alexandria, VA 22313-1450

**August 18, 2003**

Sir:

Under the provisions of 35 USC 119 and 37 CFR 1.55, the applicant(s) hereby  
claim(s) the right of priority based on:

**Japanese Patent Application No. 2003-014138**  
**Filed: January 23, 2003**

A certified copy of said Japanese Patent Application is attached.

Respectfully submitted,

**ANTONELLI, TERRY, STOUT & KRAUS, LLP**

  
\_\_\_\_\_  
Carl I. Bryndridge  
Registration No. 29,621

CIB/rp  
Attachment

日本・国特許庁  
JAPAN PATENT OFFICE

別紙添付の書類に記載されている事項は下記の出願書類に記載されて  
いる事項と同一であることを証明する。

This is to certify that the annexed is a true copy of the following application as filed  
with this Office

出願年月日

Date of Application:

2003年 1月23日

出願番号

Application Number:

特願2003-014136

[ST.10/C]:

[JP2003-014136]

出願人

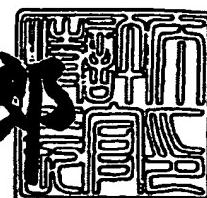
Applicant(s):

株式会社日立製作所

2003年 6月10日

特許庁長官  
Commissioner,  
Japan Patent Office

太田信一郎



出証番号 出証特2003-3044975

【審査名】 特許願  
【整理番号】 H02016081A  
【あて先】 特許庁長官 屋  
【国際特許分類】 H04L 9/10  
【発明者】  
【住所又は居所】 東京都国分寺市東恋ヶ窪一丁目280番地 株式会社日立製作所中央研究所内  
【氏名】 遠藤 隆  
【発明者】  
【住所又は居所】 東京都国分寺市東恋ヶ窪一丁目280番地 株式会社日立製作所中央研究所内  
【氏名】 神永 正博  
【発明者】  
【住所又は居所】 東京都国分寺市東恋ヶ窪一丁目280番地 株式会社日立製作所中央研究所内  
【氏名】 渡邊 高志  
【特許出願人】  
【識別番号】 000005108  
【氏名又は名称】 株式会社 日立製作所  
【代理人】  
【識別番号】 100075096  
【弁理士】  
【氏名又は名称】 作田 康夫  
【電話番号】 03-3212-1111  
【手数料の表示】  
【予納台帳番号】 013088  
【納付金額】 21,000円  
【提出物件の目録】  
【物件名】 明細書 1

特2003-014136

【物件名】 図面 1

【物件名】 要約書 1

【ブルーフの要否】 要

【著類名】 明細書

【発明の名称】 情報処理方法

【特許請求の範囲】

## 【請求項1】

$\wedge$  をベキ乗演算と定義し、Pを素数とし、 $x > P$ であるxに対して、 $x * (2^n) \bmod P$ を計算する情報処理方法に於いて、法をP、入力値をx、法Pを格納するために必要充分なビット数をn、入力値xを格納するために必要なビット長をmとし、入力値を $x * (2^n) \bmod P$ に変換する際に、 $2^{\wedge} (2m+n) \bmod P$ を計算するか、あるいは予め用意しておき、モンゴメリ剩余乗算により $x_1 = x * 2^{\wedge} (2m+n) * (2^{\wedge} (-m)) \bmod P = x * 2^{\wedge} (m+n) \bmod P$ を計算し、さらに $x_2 := x_1 * (2^{\wedge} (-m)) \bmod P = x * (2^n) \bmod P$ を計算することにより、 $x \bmod P$ を陽に求めること無しに $x * (2^n) \bmod P$ を計算することを特徴とする情報処理方法。

## 【請求項2】

$\wedge$  をベキ乗演算と定義し、Pを素数とし、 $x > P$ であるxに対して、 $x * (2^n) \bmod P$ を計算する情報処理方法に於いて、法をP、入力値をx、法Pを格納するために必要充分なビット数をn、入力値xを格納するために必要なビット長をmとし、入力値を $x * (2^n) \bmod P$ に変換する際に、 $2^{\wedge} (m+2n) \bmod P$ を計算するか、あるいは予め用意しておき、モンゴメリ剩余乗算方式により $x_1 = x * 2^{\wedge} (m+2n) * (2^{\wedge} (-m)) \bmod P = x * 2^{\wedge} (2n) \bmod P$ を計算し、さらに $x_2 := x_1 * (2^{\wedge} (-n)) \bmod P = x * (2^n) \bmod P$ を計算することにより、 $x \bmod P$ を陽に求めること無しに $x * (2^n) \bmod P$ を計算することを特徴とする情報処理方法。

## 【請求項3】

法をP、入力値をx、法Pを格納するために必要充分なビット数をn、入力値xを格納するために必要なビット長をm、指數をdとし、ベキ乗の指數をsビットづつとりだしてsビット毎のベキ乗演算の結果を合成して、 $x^{\wedge} d \bmod P$ のベキ乗剩余演算を行う情報処理方法において、sビットづつ取り出した指數のi番目の指數をd[i]としたとき、 $x^{\wedge} d[i] \bmod P$ を演算する代わりに $(2^n)$

$x^{(2^s-1)} * x^d \bmod P$ を用いて演算を行い、 $(2^n)^{(2^{n-1})} * x^d \bmod P$ を計算した後、 $2^{(-n)} * (2^{n-1}) \bmod P$ を乗じて、 $x^d \bmod P$ を計算することを特徴とする情報処理方法。

## 【発明の詳細な説明】

## 【0001】

## 【発明の属する技術分野】

本発明は情報処理方法に關し、特に例えば、機密性の高いICカードなどの耐タンパ装置に関するものである。

## 【0002】

## 【従来の技術】

RSAの高速演算手法のCRT(Chinese Remainder Theory)演算方式では、計算の一番最初のステップで $x \bmod p$ を計算する。CRT演算方式の処理手順を図1に示す。まず、pで還元した値に対して剩余べき乗演算を行い(1010)、qで還元した値に対するべき乗剩余演算を行う(1020)。最後に2つのべき乗剩余演算結果を合成し(1030)最終的な結果を得る。最初のpで還元した値の剩余べき乗演算(1010)およびqで還元した値のべき乗剩余演算(1020)の最初のステップで、それぞれ秘密指数pに対する剰余、秘密指数qに対する剰余を計算する必要がある。べき乗剩余を計算するには、剰余乗算を繰り返し行うことによって実現する。

## 【0003】

1010、1020のべき乗計算には通常、アディションチェイン手法を用いる。アディションチェインとは、たとえば、 $Z = A^L$ を計算する場合、指數Lを二進数展開し、

$$L = L[n-1] * 2^{(n-1)} + L[n-2] * 2^{(n-2)} + \dots + L[1] * 2^1 + L[0] * 2^0 \quad (\text{式 } 1)$$

と置き、指數の加算は掛算になり、指數の乗算がべき計算になるという指數法則を用いて、 $Z = A^L$ の計算を

$$Z := ((A^L[n-1]) * 2 * (A^L[n-2])) * 2 * \dots * (A^L[0]) \quad (\text{式 } 2)$$

とおく。 $A^L[i]$ は、 $L[i]=1$ であれば、 $A$ となり、 $L[i]=0$ であれば、 $A^0=1$ となり

、 $L[i]=0$ の場合に1の掛算を省略すると、Lを2進表記した際の1となるビット  
数回の掛け算と、n-1回の自乗計算により、 $A^L$ が計算できる。

プログラムにより表現すると、

```
Z=1
for ( i = n-1 ; i >= 0 ; i++ ) {
    W := W * W;
    if ( L[i]==1 ) then Z:=Z * A; else W:=W * 1;
}
```

となる。

#### 【0004】

剰余乗算の方式には大きくモンゴメリ剰余乗算を用いたものと、そうでないもの2つに分けることができる。

#### 【0005】

図2はモンゴメリ剰余乗算を用いた場合のアディションチェインによるべき乗剰余計算の処理フローである。nは、Pを格納するのに十分なビット長を示す。まず、Pに対するxの剰余を2020で求める。モンゴメリ剰余乗算では、乗算の度に $2^{-(n)} \bmod P$ が乗せられるため、予め $2^{-n}$ を被演算数に乘じておく。以下、R= $2^{-n}$ とおく。被演算数にRを乗ずるのにも、モンゴメリ剰余乗算を用いる。あらかじめ $R^{-2}$ を計算しておき、モンゴメリ剰余乗算を用いて $x \bmod P$ に乘じ、 $xR \bmod P$ を得る(2040)。モンゴメリ剰余乗算を用いるので、演算の初期値は1の代わりに1にRを乗じたRとする。乗算の処理は、指數の最上位のビットから1ビットづつ取り出すので、カウンタ1に最上位ビットの位置を示すn-1を設定する(2050)。指數上位ビットから順に1が立っているかどうかを調べ(2060)、0であれば、1を意味するRを乗じ(2070)、1が立っていれば、 $xR \bmod P (=AR)$ をWに乗じる(2080)。1を意味するRを乗じる処理2070は、計算結果に影響を与えないで、処理速度を重視する場合は省略可能である。ビットの位置カウンタを1ビット分移動し(2090)、最下位ビットまでたどり着いているかチェックを行い(2100)、最下位ビットまで達していない場合は結果を二乗し(2110)、指數の次のビットに対して3060か

らの処理から処理を繰り返す。2100で最下位ビットまで処理が終了した場合は、 $2^n$ が掛かっている影響を取り除くため、 $2^{\lceil -n \rceil}$ を乗じる。モンゴメリ剰余乗算で、1との積を計算することは、 $2^{\lceil -n \rceil}$ を乗じることと等しい(3120)。最後に、結果がP以上の場合は(2130)、Pを減ずる(2140)。一連の処理の中で、2020の剰余演算の結果は、図3に示すように、Pの倍数(3010)を境にPより大であるか小であるかによって、大きく値が変動するため、アタックポイントとなる可能性がある。

## 【0006】

「図4」はモンゴメリではない剰余乗算を用いてアディションチェインによるべき乗剰余演算を行った場合の処理フローである。Pのビット長をnとおく。つぎに、まずxのPに対する剰余を4020で求める。モンゴメリ剰余乗算を用いた場合の処理と同様、このPに対する剰余を求める演算がアタックポイントとなる可能性がある。通常の剰余乗算を用いるので、演算の初期値は1とし、最上位のビットから1ビットづつ取り出すので、カウンタiに最上位ビットの位置を示すn-1を設定する(4040)。指數上位ビットから順に1が立っているかどうかを調べ(4050)、1が立っていれば、 $x \bmod P (=A)$ をBに乗じ(4070)、ビットの値が0であれば、1を意味を乗じる(4060)。また、1を乗じる処理4060は、計算結果に影響を与えないでの、処理速度を重視する場合は省略可能である。4070の処理で $x \bmod P$ の値が被演算数に使用されるので、ここもアタック対象になる可能性がある。ビットの位置を1ビット下に移動し(3080)、最下位ビットまでたどり着いていない場合は、結果を二乗し(3090)、指數の次のビットの処理を行う。最下位ビットまで処理が終了した場合は、その時点でのWが計算結果となる。

## 【0007】

以上のように、モンゴメリ剰余乗算を用いている場合も、通常の剰余乗算を行った場合も、Pによる剰余算結果が処理の最初に必要となりアタックポイントとなる可能性がある。

## 【0008】

【発明が解決しようとしている課題】

RSA暗号は認証や、秘密鍵の配信などに標準的に用いられている暗号で、金融用途等ではその演算の安全性が非常に重要視されている。RSA暗号の高速演算手法として、中国人剩余定理を用いた計算手法が広く用いられているが、その一番最初の演算で、秘密素数pによる剰余計算が必要となる。この計算は、秘密素数pを陽に用いた計算であるので、古くからアタックの対象となっている。pによる剰余計算で問題となるのは、図2に示すようにxがpの倍数近傍(2010)の値の場合  $x < kp$  では、 $x \bmod p \neq p$  となり大きな値となる一方、 $x > kp$  の場合は、 $x \bmod p \neq 0$  となり、小さな値となることである。 $x \bmod p$  の値がpを境界として大きく変動するため、入力xが秘密指數pよりも大なのか小であるのかが、電流値等のサイドチャネル情報として識別できる危険性がある。RSA暗号では、大きな素数(現在は、512bit程度の素数が用いられている)p、qの積Nが容易に因数分解できないことを安全性の根拠としており、Nは公開鍵の一部としてユーザに公開されている。秘密素数pもしくはqがリークすると、N/pは容易に計算可能であるので、秘密鍵dは公開鍵eの $(p-1)(q-1)$ を法とする逆元を計算することにより、求めることが出来る。逆元計算は、拡張ユークリッド互除法により、容易に計算可能である。本発明は、CRT向けの剰余計算を高速かつ安全に行うための計算方法および装置に関するものである。

## 【0009】

## 【課題を解決するための手段】

$x \bmod p$  を直接計算せずに、 $2^m (m+n) \bmod p$  もしくは、 $2^m (2n) \bmod p$  をあらかじめxに乗じておき、その後、 $2^{-n}$  もしくは、 $2^{-(m-n)}$  を乗じて、 $2^m x \bmod p$  を計算する。pは大きな素数であるので常に奇数となり、2のべき乗とは常に互いに素になるので、 $2^m \bmod p$  もしくは  $2^{-(m-n)} \bmod p$  は必ず存在する。また、 $2^m x \bmod p$  の値は、入力xがpの近傍にある場合でもxとpの大小関係に依存した値の大きな変化は発生せず、 $2^m x \bmod p$  のビット長はpのビット長に近い値となる。したがって、リーク情報からxとpの大小関係を推定することが不可能となり、秘密鍵の漏洩を防止することを可能とする。モンゴメリ剰余乗算を用いる場合には、 $2^m$  を乗じた形式は、そのままモンゴメリフォーマットになっているので、以降の処理は、従来の処理フローを使用できる。

## 【0010】

モンゴメリ剩余乗算を用いない場合には、指數演算計算の最後に、 $(2^{-(n)}) \cdot (2^{n-1}) \bmod p$  を乗じ、 $2^n \bmod p$  を乗じた影響を補正することで、正しい結果を得る。

## 【0011】

モンゴメリ乗算以外の剩余乗算を用いる場合は、乗算と自乗を行った後、 $R^{(-2)} \bmod p$  を乗じる。あらかじめ  $R^{(-2n)} \bmod p$  を計算しておき、最後に $R^{(-(2n)+1)} \bmod p$  を乗じて補正してもよい。

## 【0012】

## 【発明の実施の形態】

図5はモンゴメリ剩余乗算を用いた場合の本発明の一実施例を示す。mを入力xの格納に必要なビット長、nをPの格納に必要なビット長とする。 $0 \leq x \leq P - Q$ であるので、必ず $m \geq n$ となる。まず、 $U=2^m U_{SQR}=2^m (2n)U \bmod P$ を計算する(5030)。 $U_{SQR}=2^m (2n)U \bmod P$ を計算する部分の詳細な処理フローを図7に示す。図7では、 $2^m L \cdot U \bmod P$ の計算手順が示されているが、 $L=2n$ として、図7の処理を用いることができる。 $U_{SQR}$ のビット長は、 $m-2n$ もしくはnのうちの長い方のビット長になる。5040の計算は、

$$A_R = (x + U_{SQR} + M \cdot p) / 2^m \quad (\text{式3})$$

となり、 $x < 2^m$ 、 $M < 2^m$ であるので、

$$A_R < U_{SQR} + p \quad (\text{式4})$$

となる。 $p$ のビット長はn以下であるので、 $A_R$ のビット長は、 $\max(m-2n, n)$ となる。このビット長がn以下となるには、

$$m-2n < n \quad (\text{式5})$$

$$m < 3n \quad (\text{式6})$$

である必要がある。通常の場合、 $m=2n < 3n$ であるので、 $A_R$ のビット長はnとなる。5050の処理を行うには、5040の処理結果がn以下となる必要がある。 $m < 3n$ の条件を満たさない場合には、図6に示す別の実施例による方法を行う。5050の処理を別の式で書くと、

$$(A_R + (-A_R * p^(-1) \bmod 2^n) * p) / 2^n \quad (\text{式7})$$

であるが、 $A_R < 2^n$ かつ $(-A_R * p^(-1) \bmod 2^n) < 2^n$ であるので、

$$(A_R + (-A_R * p^(-1) \bmod 2^n) * p) / 2^n < 1+p \quad (\text{式8})$$

となり、必ず5050の処理の後の $A_R$ は $p$ 以下となり、 $n$ ビット長で表現できる。また、5050で $A_R$ の値が $p$ と等しくなるのは、 $x$ の値が $p$ の倍数となる場合のみである。

5030から5050までの処理を数式で表現すると、

$$A_R \equiv x * 2^{(2n)} * 2^m * 2^{(-m)} * 2^{(-n)} \bmod P \quad (\text{式9})$$

$$\equiv x * 2^{(2n+m-m-n)} \bmod P \quad (\text{式10})$$

$$\equiv x * 2^n \bmod P \quad (\text{式11})$$

となる。

5050以降の処理は、図3の3050以降の処理と同一である。 $x$ の値が $p$ の倍数となっている場合、図2中の2130、2140の処理にて最終的に補正される。

### 【0013】

図6はモンゴメリ剩余乗算を用いた場合の本発明の一実施例を示す。 $m$ を入力 $x$ の格納に必要なビット長、 $n$ を $P$ の格納に必要なビット長とする。 $0 \leq x \leq P * Q$ であるので、必ず $m \geq n$ となる。まず、 $L=n+m$ として、図7に示されるフローに従って、 $U'_SQR=2^{(n+m)}U \bmod P$ を計算する(6030)。6040以降の処理を行うためには $U'_SQR$ のビット数は $m$ 以下である必要があるが、 $U'_SQR$ は必ず $m$ ビット以下になる。6050の処理では、

$$(A_R + (-A_R * p^(-1) \bmod 2^m) * p) / 2^m \quad (\text{式12})$$

であるが、 $A_R < 2^m$ かつ $(-A_R * p^(-1) \bmod 2^m) < 2^m$ であるので、

$$(A_R + (-A_R * p^(-1) \bmod 2^m) * p) / 2^m < 1+p \quad (\text{式13})$$

となり、必ず6050の処理の後の $A_R$ は $p$ 以下となり、 $n$ ビット長で表現できる。また、6050で $A_R$ の値が $p$ と等しくなるのは、 $x$ の値が $p$ の倍数となる場合

のみである。

6030から6050までの処理を1つの式で表現すると、

$$A_R \equiv x * 2^{(n+m)} * 2^m * 2^{-m} * 2(-a) \bmod P \quad (\text{式14})$$

$$\equiv x * 2^{(n+m-m-a)} \bmod P \quad (\text{式15})$$

$$\equiv x * 2^n \bmod P \quad (\text{式16})$$

となる。

6050以降の処理は、図3の3050以降の処理と同一である。xの値がpの倍数となっている場合、図2中の2130、2140の処理にて最終的に補正される。また、図5の実施例と異なり、 $m < 3n$  という条件は必要ない。

#### [0014]

図5、図6に示される実施例に必要な、 $2^L * U \bmod P$ を計算する実施例を図7に示す。図7の手順は下位ビットからのアディションチェインにより、 $W := 2^L * R \bmod P$ を計算している。Wの初期値は、mビットに収まる形で、 $w \equiv 2 * (2^m) \bmod P$ となる値にする。Lを2進数表現したときに、最上位以外のビットに1がない場合は、L回の剰余自乗計算のみで計算できるが、L最上位ビット以外に1となるビットが有る場合には、途中で乗算を行う必要がある。従って、L最上位以外のビット位置に1が見つかったか否かを示す変数mulを用意しておく（7005）。7010の処理は、Pの最上位ビットがmの最上位ビットの位置と等しくなるようにシフトをした値を減じて、mビットの値に収まるようにするための処理である。7020、7030、7040、7050の処理は、Wの最上位2ビットを0とするための処理である。この処理は、最終的な演算結果がnビットに収まるようにするために行われている。処理が最上位ビットに達した際のチェックを行い（7060）達している場合は、変数mulの値をチェックし（7080）、1であれば、YにLの途中のビットに相当する結果が格納されているので、WにYを乗じ（7090）結果とする。処理が最上位ビットにまで達していない場合は、Lの最下位ビット位置に1があるかチェックを行い（7070）見つかった場合は変数YにWの値を保存する。mulの値をチェックし（7100）、最上位以外のビットで1がはじめて見つかった場合は、YにWの値を代入し（7120）、mulに1を設定する（7130）。7120の処理は、本来Yに

1を代入しておき $Y := Y * W$ と計算することと等しい。また、7100のチェックで、すでに最上位以外のビットで1が見つかっている場合は、Yの値に現在のWの値を乗じる(7110)。Rの剩余自乗計算をモンゴメリ剩余乗算で行い(7140)、Lを1ビット右にシフトし(7150)、7060からの処理を繰り返す。

7140の $Y * Y * 2^{-(m)} \bmod p$ の計算は、

$$(A+A*p)/(2^m) \quad (式17)$$

と等しい。ここで、

$$M = -Y * Y * (p^{-1}) \bmod 2^m < 2^m \quad (式18)$$

である。

したがって、

$$(Y * Y + M * p) / (2^m) < (Y * Y + 2^m * p) / (2^m) \quad (式19)$$

また、Yをmビット長のメモリに格納したときの、最上位の0となるビットの数をsとすると、

$$Y < 2^{(m-s)} \quad (式20)$$

$$Y \leq 2^{(m-s)-1} \quad (式21)$$

$$(Y * Y + 2^m * p) / (2^m) \leq ((2^{(m-s)-1}) * 2 + 2^m * p) / 2^m \quad (式22)$$

$$= 2^{(m-2s)} - 2^{(1-s)} + 2^{(-m)} + p \quad (式23)$$

$$< 2^{(m-2s)} + p + 1 \quad (式24)$$

であるので、7140の $(Y * Y + M * p) / 2^m$ の演算結果は、1回演算することに最上位の0であるビットの数が、 $s[t+1] := 2s[t] - 1$ となる。従って、 $2^{(m-2s)}$ がpよりも大の場合は、t回計算したあと最上位から連続する0のビット数は、 $s[0] \approx 2^{(t-1)}$ 個となり、 $2^{(m-2s)}$ がpよりも小さくなれば、ビット長はpによって決定される。8020、8030、8040、8050の処理で最上位の2ビットは0に設定されるので、 $s[0] = 2$ となり、t回8140を実行した後のビット数は、 $m - 2^t$ もしくはnとなる。また、tの回数は、 $t = \log_2(L)$ であるので、ビット数は、 $\max(m - L, n)$ となる。

[0015]

図8は通常の剩余乗算を用いた場合の本発明の一実施例を示す。mを入力xの

格納に必要なビット長、nをPの格納に必要なビット長とする。まず、図9のフローに従って、 $2^n \bmod P$ を計算し、Rとする(8020)。次に、入力xにRを乗じる(8030)。最後に補正を行うためのR\_ITOTALを計算する(8040)が、この処理はPが確定していれば、入力値xと独立して計算することが可能である。予め計算して保存して置いてても良い。実際の計算では、まず $2^{(-n)} \bmod P$ を「図10」の手順に従って計算し、R\_INVとし、RおよびR\_INVを元に図11の手順に従って、 $(R_{INV})^*(2^{n-1}) \bmod P$ を計算し、R\_ITOTALとする。通常の剰余乗算を用いるので、演算の初期値Wは1とし、カウンタiに最上位ビットの位置を示すn-1を設定する(8050)。指数上位ビットから順に1が立っているかどうか調べ(8060)、1が立っていれば、 $xR \bmod P (=A_R)$ をYに乘じ(4080)、ビットの値が0であれば、1を意味するRを乗じる(8070)。ビットの位置を1ビット下に移動し(8080)、最下位ビットまで処理が終了したかをチェックし(8100)、最下位ビットまで処理がたどり着いていない場合は、結果を二乗し(8110)、指數の次のビットの処理を行う。8070、8080の処理では通常の処理と比べると必ずRが毎回余計に乗じられるため、最下位ビットまで処理が終了した場合は、 $R^*(2^{n-1})$ が余分に乗じられる事になる。余分に乗じられた $R^*(2^{n-1})$ の影響を取り除くために、最後にR\_ITOTAL(8210)を乗じる。

## 【0016】

図9は、図8の実施例中の8020で $2^L \bmod P$ を計算する処理の一実施例である。図9の手順は下位ビットからのアディションチェインにより、 $R := 2^L \bmod P$ を計算している。Lを2進数表現したときに、最上位以外のビットに1がない場合は、L回の剰余自乗計算のみで計算できるが、L最上位ビット以外に1となるビットが有る場合には、途中で乗算を行う必要がある。Lの最上位以外のビット位置に1が見つかったか否かを示す変数mulを用意し、0に初期化しておく(9005)。次にRを2で初期化する(9010)。処理が最上位ビットに達した際かのチェックを行い(9060)達している場合は、変数mulの値をチェックし(9080)、1であれば、YにLの途中のビットに相当する結果が格納されているので、RにYを乗じ(9090)結果とする。最上位ビットにまで処理

が達していない場合は、Lの最下位ビット位置に1があるかチェックを行い(9070)見つかった場合は変数Yに保存する。mulの値をチェックし(9100)、最上位以外のビットで1がはじめて見つかった場合は、YにRの値を代入し(9120)、mulに1を設定する(9130)。9120の処理は、本来Yに1を代入しておき $Y := Y * R$ と計算することと等しい。また、9100のチェックで、すでに過去に最上位以外のビットで1が見つかっている場合は、Yの値に現在のRの値を乗じる(9110)。Rの剩余自乗を計算し(9140)、Lを1ビット分右シフトしたのち(9150)、再び9060からの処理に戻る。

## 【0017】

図10は、図8の実施例中の8040で $R_{INV} := 2^{(-n)} \bmod P$ を計算する処理の一実施例である。図10の手順は下位ビットからのアディションチェインにより、 $R_{INV} := 2^{(-L)} \bmod P$ を計算している。Lを2進数表現したときに、最上位以外のビットに1がない場合は、L回の剩余自乗計算のみで計算できるが、L最上位ビット以外に1となるビットが有る場合には、途中で乗算を行う必要がある。Lの最上位以外のビット位置に1が見つかったか否かを示す変数mulを用意し、0に初期化しておく(10005)。次にRを $1/2$ で初期化する(10010)。 $1/2$ に初期化するには、1を1回右シフトすればよいが、1を右シフトすると0になるため、まずPを加えてから右シフトを行う。Pの値は大きな素数であるので、必ず奇数となる。したがって、 $1 + P$ は必ず偶数になるため、右シフトが可能である。つぎに処理が最上位ビットに達した際かのチェックを行い(10060)達している場合は、変数mulの値をチェックし(10080)、1であれば、YにLの途中のビットに相当する結果が格納されているので、 $R_{INV}$ にYを乗じ(10090)結果とする。最上位ビットにまで処理が達していない場合は、最上位以外のビット位置に1があるかチェックを行い(10070)見つかった場合は変数Yに保存する。mulの値をチェックし(9100)、最上位以外のビットで1がはじめて見つかった場合は、YにRの値を代入し(9120)、mulに1を設定する(9130)。9120の処理は、本来Yに1を代入しておき $Y := Y * R$ と計算することと等しい。また、9100のチェックで、すでに過去に最上位以外のビットで1が見つかっている場合は、Yの値に現在のR

の値を乗じる(9110)。Rの剰余自乗を計算し(9140)、Lを1ビット分右シフトしたのち(9150)、再び9060からの処理に戻る。

## [0018]

図11は、図8の実施例中の8040で $R\_ITOTAL := (R\_INV)^*(2^{n-1}) \bmod P$ を計算する処理の一実施例である。演算方法は、式26に示すように、 $R\_INV^*(2^n)$ にRを乗することにより行う。 $R\_INV^*(2^n)$ は、剰余自乗演算をn回繰り返すことにより計算する。

$$(R\_INV)^*(2^{n-1}) \bmod P = R\_INV^*(2^n) * R\_INV^*(-1) \bmod P \quad (\text{式25})$$

$$= R\_INV^*(2^n) * R \bmod P \quad (\text{式26})$$

まず、 $R\_ITOTAL$ を $R\_INV$ で初期化し(11010)、つぎに剰余自乗算を行う回数nを変数iに代入(11020)、 $R\_ITOTAL$ の剰余自乗した値を $R\_ITOTAL$ に代入し(11030)、カウンタ用変数iから1を減じ(11040)、カウンタ変数iの値が0よりも大きければ(11050)、11030からの処理を繰り返す。最後にRを $R\_ITOTAL$ に剰余乗算した値を $R\_ITOTAL$ に代入し(11060)、結果として返す。

付記：

- 法N上での計算において、非演算数にあらかじめNと互いに素な値をべき乗した値を乗じ、計算後に前記Nと互いに素な値のべき乗した値の法Nに対する逆元を乗ることで計算することを特徴とした処理方法。
- 法N上での剰余計算において、非演算数にあらかじめNと互いに素な値をべき乗した値を乗じ、計算後に前記Nと互いに素な値のべき乗した値の法Nに対する逆元を乗ることを特徴とした処理方法において、法Nが2よりも大きな素数の積であり、前記Nと互いに素である値として2を用いることを特徴とした処理方法
- モンゴメリ剰余乗算装置を有し、Pを素数とし、 $x > P$ であるxに対して、 $x * (2^n) \bmod P$ を計算する情報処理装置に於いて、法をP、入力値をx、法Pを格納するために必要充分なビット数をn、入力値xを格納するために必要なビット長をmとし、入力値を $x * (2^n) \bmod P$ に変換する際に、 $2^{(2m+n)} \bmod P$ を計算するか、あるいは予め用意しておき、モンゴメリ剰余乗算

装置により  $x_1 = x * 2^m * (2^{m+n} * (2^{-m}) \bmod P = x * 2^m * (m+n) \bmod P$  を計算し、さらに  $x_2 := x_1 * (2^m * (-m)) \bmod P = x * (2^n) \bmod P$  を計算することにより、 $x \bmod P$  を陽に求めること無しに  $x * (2^n) \bmod P$  を計算することを特徴とする情報処理装置。

4.  $P$  を素数とし、 $x > P$  である  $x$  に対して、 $x * (2^n) \bmod P$  を計算する情報処理方法に於いて、法を  $P$ 、入力値を  $x$ 、法  $P$  を格納するために必要充分なビット数を  $n$ 、入力値  $x$  を格納するために必要なビット長を  $m$  とし、入力値を  $x * (2^n) \bmod P$  に変換する際に、 $2^m * (2^{m+n}) \bmod P$  を計算するか、あるいは予め用意しておき、モンゴメリ剩余乗算により  $x_1 = x * 2^m * (2^{m+n}) * (2^{-m}) \bmod P = x * 2^m * (m+n) \bmod P$  を計算し、さらに  $x_2 := x_1 * (2^m * (-m)) \bmod P = x * (2^n) \bmod P$  を計算することにより、 $x \bmod P$  を陽に求めること無しに  $x * (2^n) \bmod P$  を計算することを特徴とする情報処理方法。

5. モンゴメリ剩余乗算装置を有し、 $P$  を素数とし、 $x > P$  である  $x$  に対して、 $x * (2^n) \bmod P$  を計算する情報処理装置に於いて、法を  $P$ 、入力値を  $x$ 、法  $P$  を格納するために必要充分なビット数を  $n$ 、入力値  $x$  を格納するために必要なビット長を  $m$  とし、入力値を  $x * (2^n) \bmod P$  に変換する際に、 $2^m * (2^{m+2n}) \bmod P$  を計算するか、あるいは予め用意しておき、モンゴメリ剩余乗算装置により  $x_1 = x * 2^m * (2^{m+2n}) * (2^{-m}) \bmod P = x * 2^m * (2n) \bmod P$  を計算し、さらに  $x_2 := x_1 * (2^m * (-n)) \bmod P = x * (2^n) \bmod P$  を計算することにより、 $x \bmod P$  を陽に求めること無しに  $x * (2^n) \bmod P$  を計算することを特徴とする情報処理装置。

6.  $P$  を素数とし、 $x > P$  である  $x$  に対して、 $x * (2^n) \bmod P$  を計算する情報処理方法に於いて、法を  $P$ 、入力値を  $x$ 、法  $P$  を格納するために必要充分なビット数を  $n$ 、入力値  $x$  を格納するために必要なビット長を  $m$  とし、入力値を  $x * (2^n) \bmod P$  に変換する際に、 $2^m * (2^{m+2n}) \bmod P$  を計算するか、あるいは予め用意しておき、モンゴメリ剩余乗算方式により  $x_1 = x * 2^m * (2^{m+2n}) * (2^{-m}) \bmod P = x * 2^m * (2n) \bmod P$  を計算し、さらに  $x_2 := x_1 * (2^m * (-n)) \bmod P = x * (2^n) \bmod P$  を計算することによ

り、 $x \bmod P$ を陽に求めること無しに $x * (2^n) \bmod P$ を計算することを特徴とする情報処理方法。

7. 法をP、入力値をx、法Pを格納するために必要充分なビット数をn、入力値xを格納するために必要なビット長をm、指數をdとし、べき乗の指數をsビットづつとりだしてsビット毎のべき乗演算の結果を合成して、 $x^d \bmod P$ のべき乗剰余演算を行う情報処理装置において、sビットづつ取り出した指數のi番目の指數をd[i]としたとき、 $x^d \bmod P$ を演算する代わりに $(2^n)^{(2^s-1)} * x^{d[i]} \bmod P$ を用いて演算を行い、 $(2^n)^{(2^s-1)} * x^{d[i]} \bmod P$ を計算した後、 $2^{(-n)} \bmod P$ を乗じて、 $x^d \bmod P$ を計算することを特徴とする情報処理装置。

8. 法をP、入力値をx、法Pを格納するために必要充分なビット数をn、入力値xを格納するために必要なビット長をm、指數をdとし、べき乗の指數をsビットづつとりだしてsビット毎のべき乗演算の結果を合成して、 $x^d \bmod P$ のべき乗剰余演算を行う情報処理方法において、sビットづつ取り出した指數のi番目の指數をd[i]としたとき、 $x^d \bmod P$ を演算する代わりに $(2^n)^{(2^s-1)} * x^{d[i]} \bmod P$ を用いて演算を行い、 $(2^n)^{(2^s-1)} * x^{d[i]} \bmod P$ を計算した後、 $2^{(-n)} \bmod P$ を乗じて、 $x^d \bmod P$ を計算することを特徴とする情報処理方法。

#### 【0019】

##### 【発明の効果】

本発明によれば、べき乗剰余演算のCRT計算において、秘密素数による入力値の剰余計算を直接行わずに計算できるため、入力を変えながら、消費電流などを観測することで秘密素数を推定することが困難となる。「図12」は通常の方法による計算時の $x \bmod P$ のビット長およびハミングウェイト（値を2進数表現した場合に1になっているビットの数）を示す。「図13」は本発明における、 $x \bmod P$ に相当する $x * 2^n \bmod P$ のビット長及びハミングウェイトを示す。図12では入力データの値と $x \bmod P$ の間に明らかな

依存性が現れているが、図13では入力データに依存せず、ビット長およびハミングウェイトが一定値となり、依存性が現れないことが確認できる。

【図面の簡単な説明】

【図1】

通常のRSA用CRT演算方式の処理フロー。

【図2】

モンゴメリ剩余乗算を用いた場合の、通常のCRT方式向けべき乗剩余演算の処理のフロー。

【図3】

$x$ と $x$ を秘密素数 $p$ で剩余計算した結果のグラフ。

【図4】

通常の剩余乗算を用いた場合の、通常のCRT方式向けべき乗剩余演算の処理のフロー。

【図5】

本発明による、モンゴメリ剩余乗算を用いたセキュアな剩余演算処理の一実施例。

【図6】

本発明による、モンゴメリ剩余乗算を用いたセキュアな剩余演算処理の別の一実施例。

【図7】

本発明による、モンゴメリ剩余乗算を用いたセキュアな剩余演算処理の部分処理一実施例。

【図8】

本発明による、セキュアなべき乗剩余演算処理の一実施例。

【図9】

本発明による、セキュアなべき乗剩余演算処理の部分処理の一実施例。

【図10】

本発明による、セキュアなべき乗剩余演算処理の部分処理の一実施例。

【図11】

本発明による、セキュアなべき乗剰余演算処理の部分処理の一実施例。

【図12】

通常の  $x$  と  $x$  を秘密素数  $p$  で剰余計算した結果のグラフ。

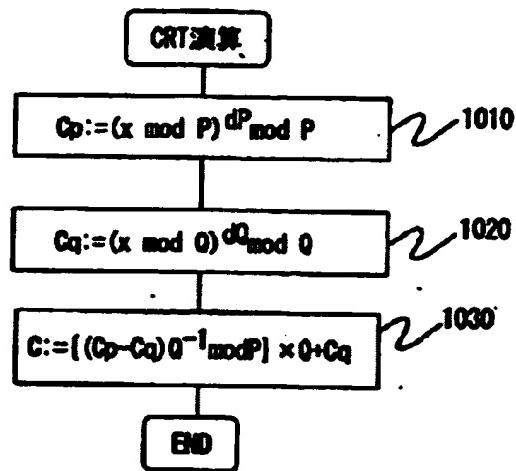
【図13】

本発明による  $x$  と  $x$  を秘密素数  $p$  で剰余計算した結果のグラフ。

【書類名】 図面

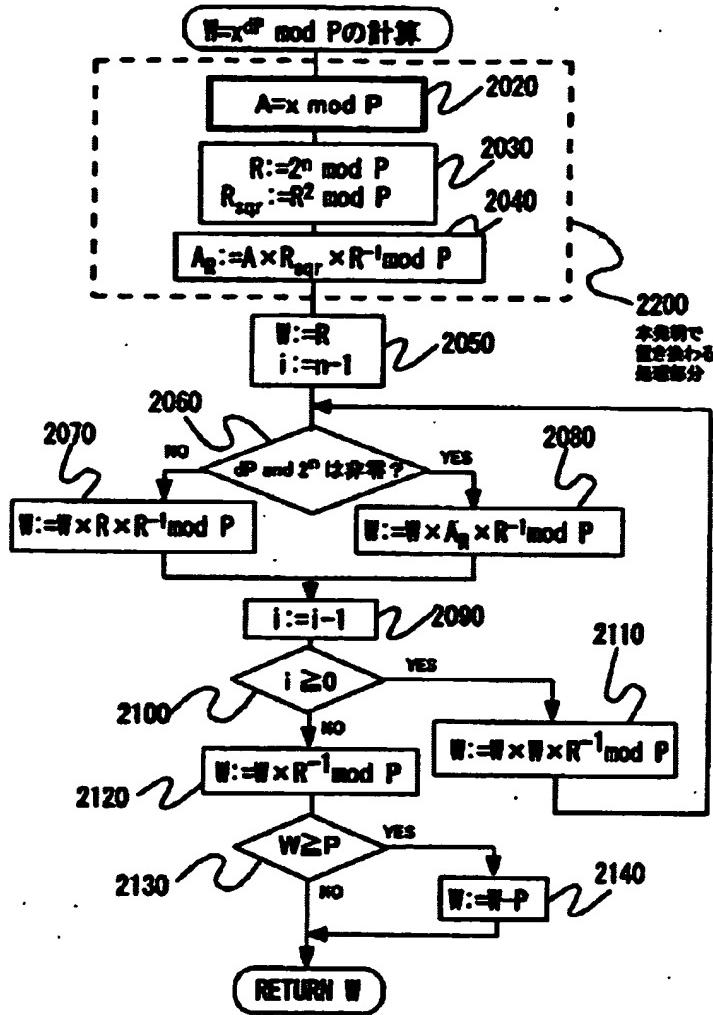
【図1】

図1



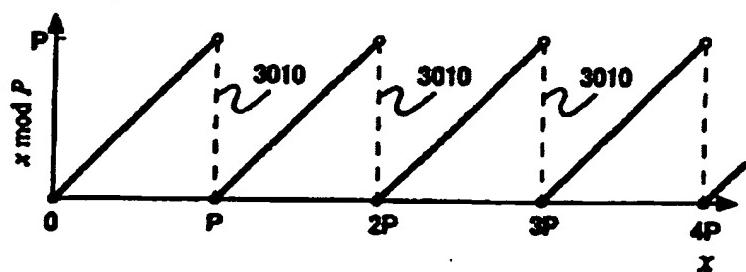
【図2】

図2



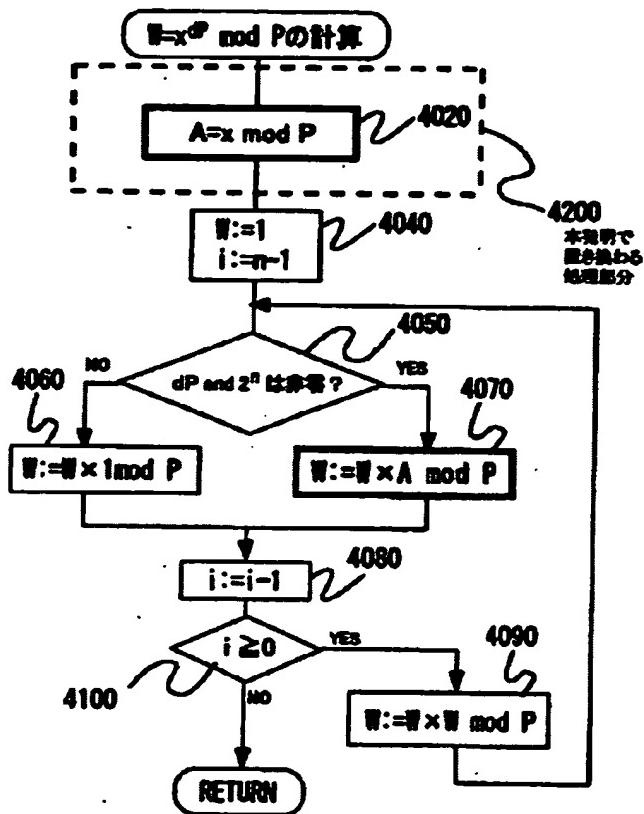
【図3】

図3



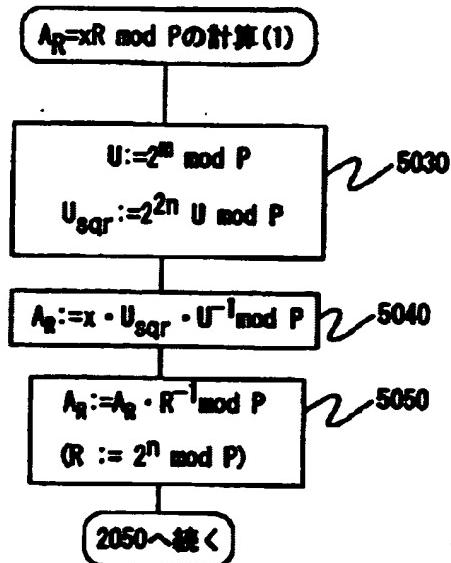
【図4】

図4



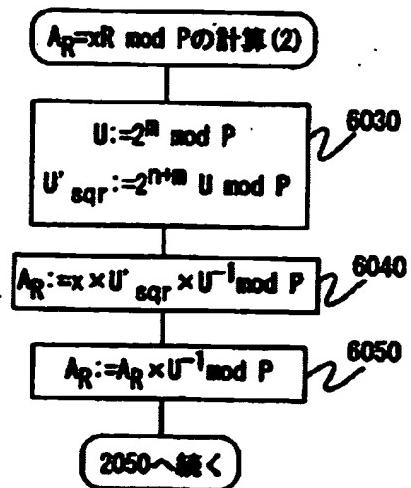
【図5】

図5



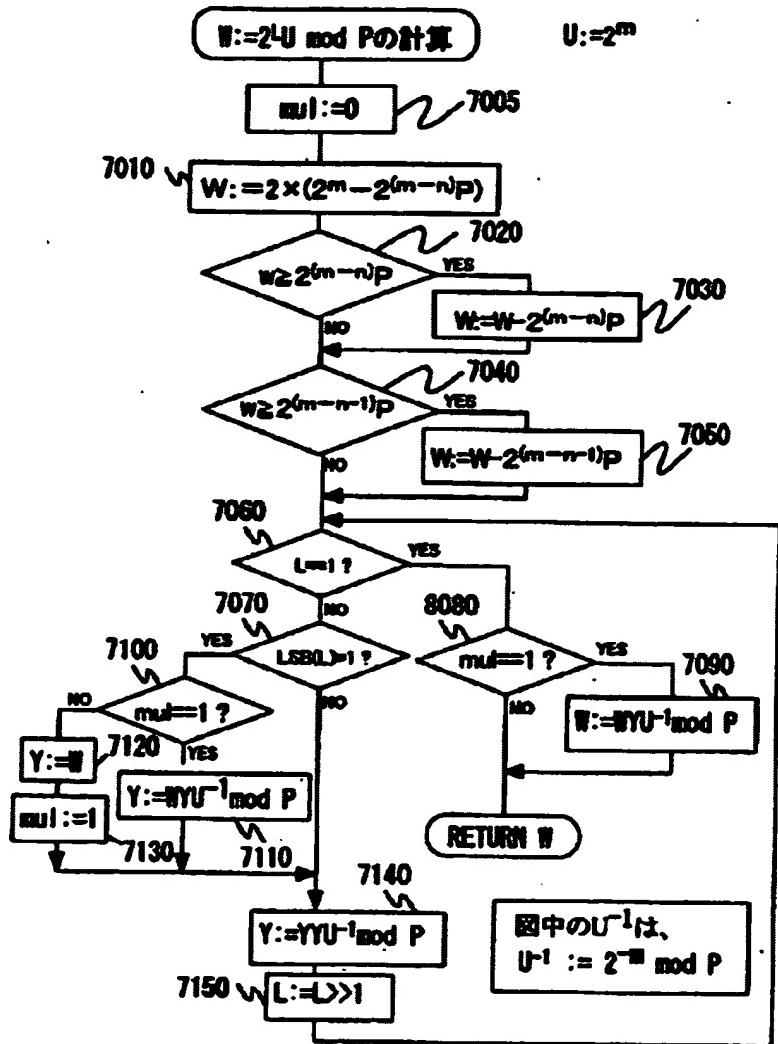
【図6】

図6



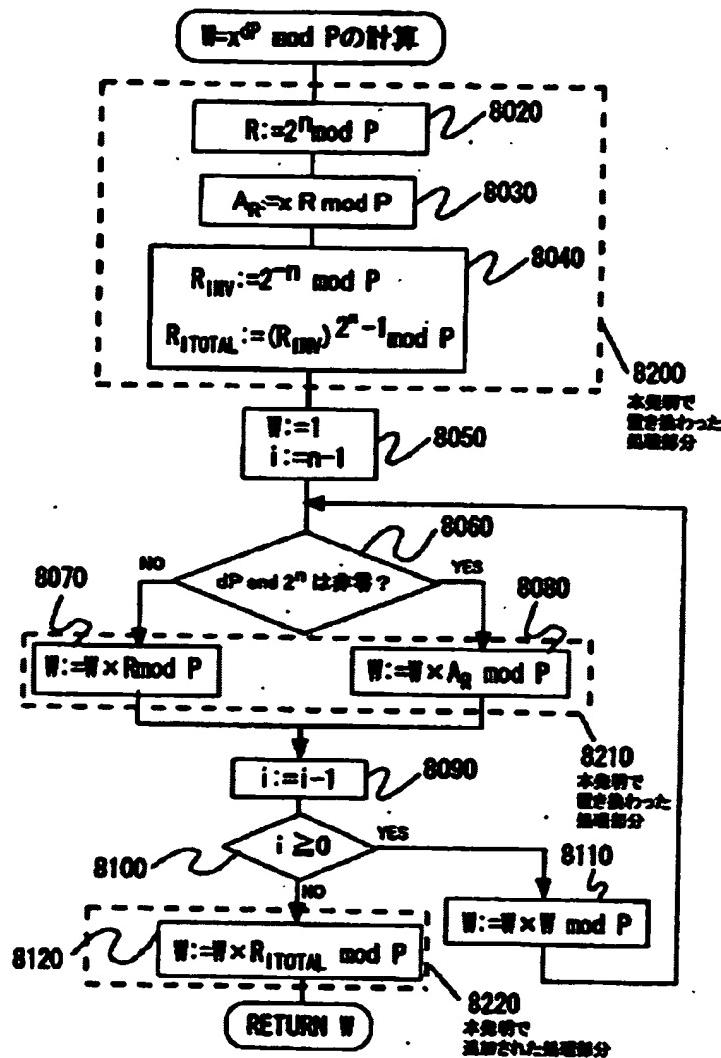
【図7】

図7



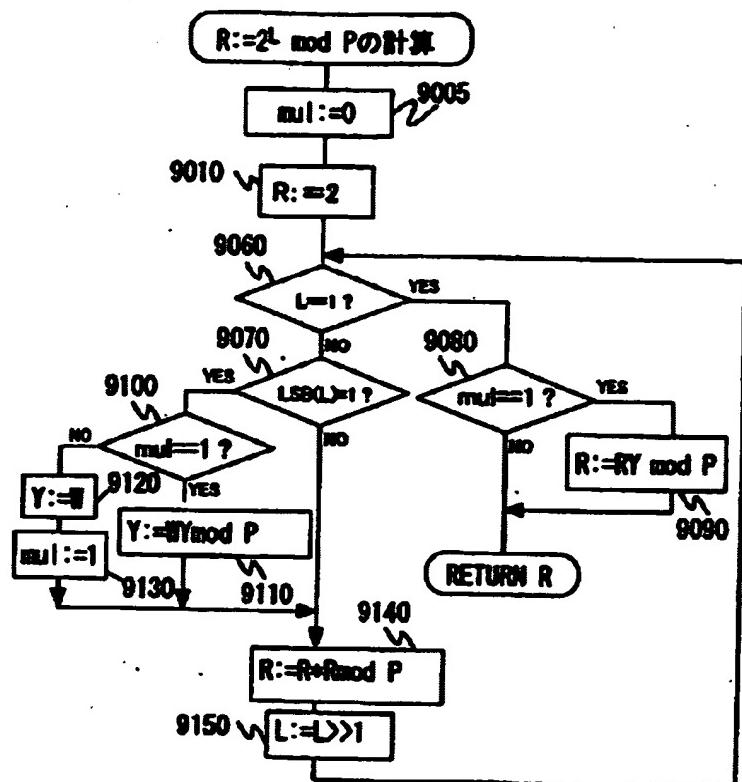
【図8】

図8



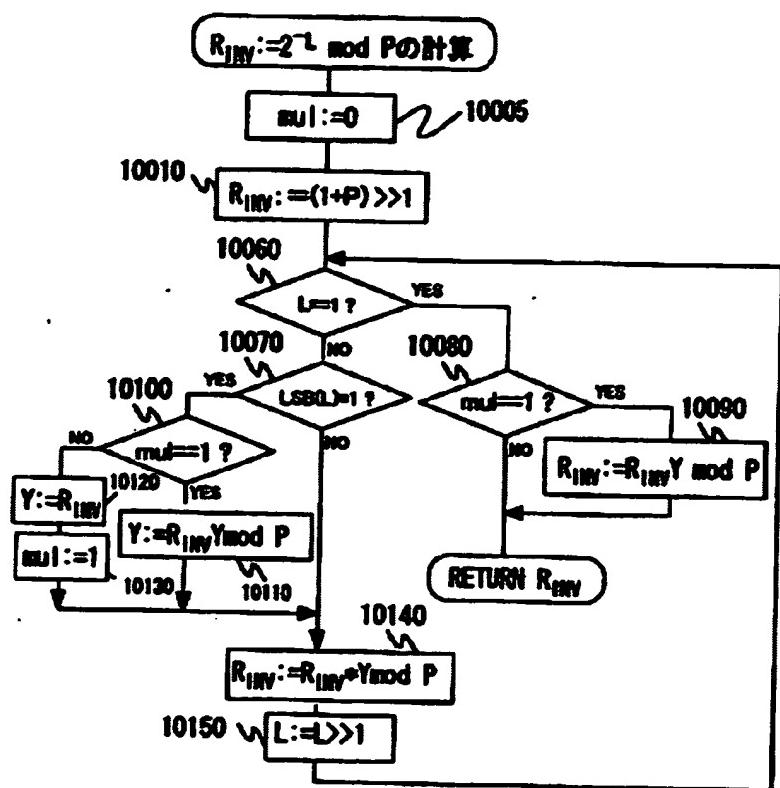
【図9】

図9



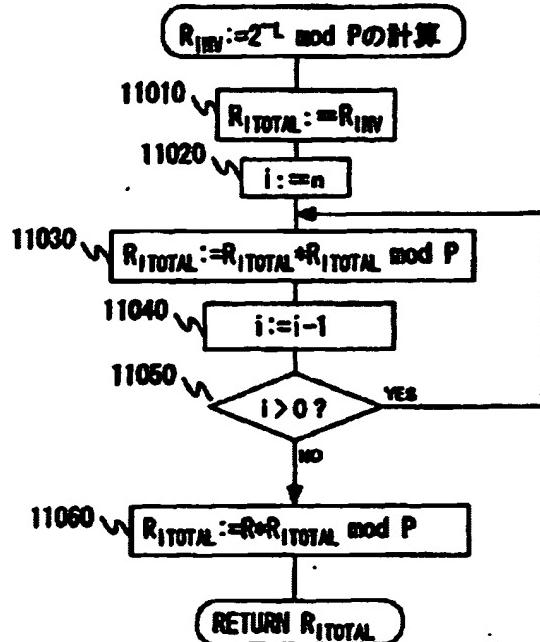
【図10】

図10



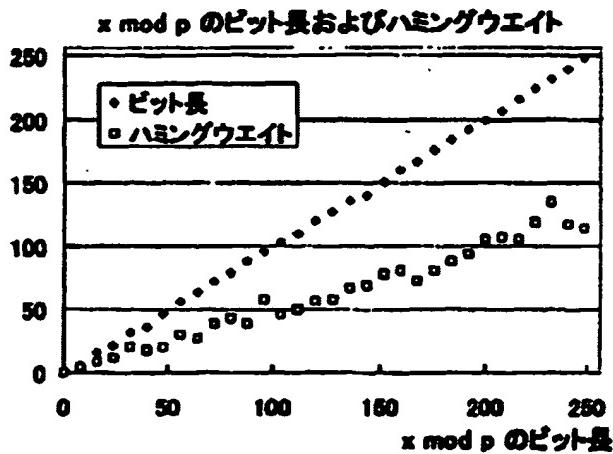
【図11】

図11



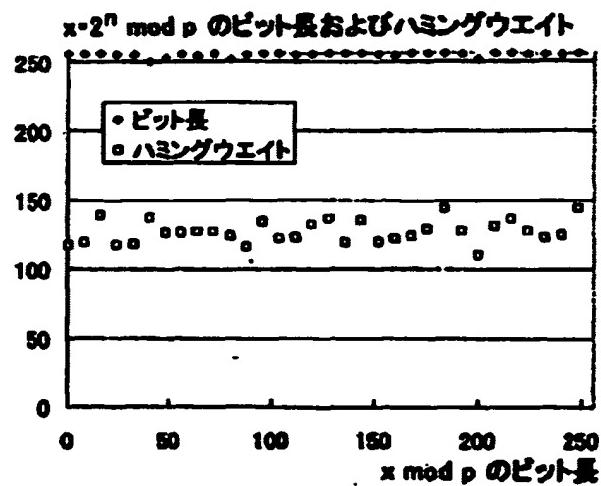
【図12】

図12



【図13】

図13



【書類名】 要約書

【要約】

【課題】 RSA暗号の高速演算手法として、中国人剩餘定理を用いた計算手法が広く用いられているが、最初の演算で、秘密素数pによる剩餘計算が必要となる。この計算は、秘密素数pを陽に用いた計算であるので、古くからアタックの対象となっている。

【解決手段】  $x \bmod p$  を直接計算せずに、「図5」に示すように $2^{(m+n)} \bmod p$  もしくは、 $2^{(2n)} \bmod p$ をあらかじめxに乘じておき、その後、 $2^{(-n)}$ もしくは、 $2^{(-m)}$ を乗じて、 $2^n x \bmod p$  を計算する。モンゴメリ剩餘乗算を用いる場合は、その後の処理は通常通りとなる。通常の剩餘乗算を用いる場合は、べき乗剩餘演算の最後に、 $(2^{(-n)})^{(2^{n-1})} \bmod p$  を乗じ補正する。

【選択図】 図5

認定・付加情報

特許出願の番号	特願2003-014136
受付番号	50300100380
書類名	特許願
担当官	第八担当上席 0097
作成日	平成15年 1月24日

<認定情報・付加情報>

【提出日】 平成15年 1月23日

次頁無

出願人履歴情報

識別番号 [000005108]

1. 変更年月日 1990年 8月31日

[変更理由] 新規登録

住 所 東京都千代田区神田駿河台4丁目6番地

氏 名 株式会社日立製作所